

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гнатюк Сергей Иванович
Должность: Первый проректор
Дата подписания: 20.05.2025 08:58:53
Уникальный программный ключ:
5ede28fe5b714e680817c5c132d4ba793a6b4421

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ К.Е. ВОРОШИЛОВА»

«Утверждаю»
Декан факультета экономики и
управления АПК

Шевченко М.Н. _____
«30» июня 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
по дисциплине «Теория вероятностей»
для специальности 38.05.01 Экономическая безопасность
специализация Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности

Год начала подготовки – 2023

Квалификация выпускника – экономист

Луганск, 2023

Рабочая программа составлена с учетом требований:

- порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06.04.2021 № 245;
- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 38.05.01 Экономическая безопасность (уровень специалитета), утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 14 апреля 2021 г. № 293.

Преподаватели, подготовившие рабочую программу:

старший преподаватель _____ **Е.А. Рыбинцева**

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры информационных технологий, математики и физики (протокол № 11 от 20.06.2023 г.).

Заведующий кафедрой _____ **Г.В. Колтакова**

Рабочая программа рекомендована к использованию в учебном процессе методической комиссией факультета экономики и управления АПК (протокол № 11 от 26.06.2023 г.).

Председатель методической комиссии _____ **А.В. Худолей**

Руководитель основной профессиональной образовательной программы _____ **В.Г. Ткаченко**

1. Предмет. Цели и задачи дисциплины, её место в структуре образовательной программы

Предметом дисциплины являются основные понятия и методы теории вероятностей.

Целями дисциплины являются: формирование базовых знаний и практических навыков по теории вероятностей, необходимых для решения задач в экономической сфере деятельности; развитие понятийной теоретико-вероятностной базы; формирование уровня математической подготовки, необходимой для изучения дисциплин, в основе которых лежит современный математический аппарат; развитие способностей к анализу и логическому мышлению.

Основные задачи изучения дисциплины:

- изучить основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей;
- сформировать практические приемы и навыки решения типовых вероятностных задач, направленных на практическое применение в экономике;
- приобрести навыки самостоятельной работы с литературой и другими информационными источниками по теории вероятностей.
- развить логическое мышление и умение строго излагать свои мысли.

Место дисциплины в структуре образовательной программы. Дисциплина «Теория вероятностей» относится к *вариативной* части (Б1.В.04) основной профессиональной образовательной программы высшего образования (далее – ОПОП ВО).

Дисциплина базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, является логическим продолжением содержания дисциплин «Математика».

Дисциплина читается во 2 семестре, поэтому предшествует дисциплинам «Статистика», «Эконометрика».

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Коды компетенций	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.	ОПК-1.1. Использует знания и методы экономической науки при решении прикладных задач, интерпретируя полученные результаты	Знать: способы формализации и постановки задачи, ее базовые составляющие. Уметь: анализировать прикладную задачу, выделяя ее базовые компоненты, переводить ее на язык математики. Владеть: навыками математического описания прикладных задач, осуществлять выбор метода решения и

Коды компетенций	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения
			интерпретировать полученные результаты.
		ОПК -1.2. Применяет статистико-математический инструментарий, строит экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач	Знать: основные понятия, определения и методы основных разделов теории вероятностей. Уметь: применять математический инструментарий для решения типовых и прикладных задач в профессиональной деятельности. Владеть: практическими навыками построения математических моделей.
		ОПК -1.3. Исследует на основе статистических данных социально-экономические процессы в целях прогнозирования возможных угроз экономической безопасности	Знать: методы представления и обработки статистических данных. Уметь: формализовать экономические явления и процессы в виде математических данных. Владеть: навыками обработки, числовыми расчетами и оцениванием информации, полученной в результате решения поставленных задач.
ОПК-3	Способен рассчитывать экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов.	ОПК-3.1 Подготавливает исходные данные, необходимые для расчета экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов	Знать: математическую символику и формулы, используемые для математического описания типовых и прикладных задач. Уметь: демонстрировать основные методы систематизации, представления и обработки исходных данных . Владеть: навыками

Коды компетенций	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения
			сведения прикладных задач к математическим задачам.
		ОПК-3.2 Рассчитывает экономические показатели для характеристики деятельности хозяйствующих субъектов	Знать: математический инструментарий теории вероятностей для выражения количественных и качественных отношений между элементами хозяйствующих субъектов. Уметь: формализовать экономические явления и процессы со случайным исходом в виде вероятностных моделей. Владеть: навыками постановки, формализации и решения задач экономики, требующих использования вероятностно-статистических моделей.
		ОПК-3.3 Проводит мониторинг состояния хозяйствующих субъектов и оценку финансово-экономических результатов с целью принятия управленческих решений и достижения экономической безопасности	Знать: формулы и методы расчета, необходимые для решения типовых и прикладных задач. Уметь: демонстрировать различные методы решения типовых и прикладных задач теории вероятности в профессиональной деятельности. Владеть: навыками выбора оптимальных методов решения простейших статистических задач.

3. Объём дисциплины и виды учебной работы

Виды работ	Очная форма обучения		Заочная форма обучения
	всего зач.ед./ часов	объём часов	всего часов
		2 семестр	2 семестр
Общая трудоёмкость дисциплины	1,5/54	54	54
Аудиторная работа:	30	30	6
Лекции	10	10	4
Практические занятия	20	20	2
Лабораторные работы	–	–	–
Другие виды аудиторных занятий	–	–	–
Предэкзаменационные консультации	–	–	–
Самостоятельная работа обучающихся, час	24	24	48
Вид промежуточной аттестации (зачёт, экзамен)	зачет	зачет	зачет

4. Содержание дисциплины

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план).

№ п/п	Раздел дисциплины	Л	ПЗ	ЛР	СРС
Очная форма обучения					
	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий.	6	10	–	10
1.	Тема 1. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и их виды. Классическое, статистическое, геометрическое и аксиоматическое определения вероятности.	2	4	–	4
2.	Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия.	1	2	–	2
3.	Тема 3. Полная вероятность, формулы Байеса.	1	2		2
4.	Тема 4. Повторные независимые испытания.	2	2	–	2
	Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	4	10	–	14
5.	Тема 5. Дискретные случайные величины и их числовые характеристики.	2	4	–	6
6.	Тема 6. Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики.	2	4	–	6
7.	Тема 6. Закон больших чисел.	–	2		2
	Всего	10	20	–	24

Заочная форма обучения					
	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий.	4	2	–	20
1.	Тема 1. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и их виды. Классическое, статистическое, геометрическое и аксиоматическое определения вероятности.	2	1	–	7
2.	Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия.	2	1	–	2
3.	Тема 3. Полная вероятность, формулы Байеса.	–	–	–	5
4.	Тема 4. Повторные независимые испытания.	–	–	–	6
	Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	–	–	–	28
5.	Тема 5. Дискретные случайные величины и их числовые характеристики.	–	–	–	12
6.	Тема 6. Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики.	–	–	–	12
7.	Тема 7. Закон больших чисел.	–	–	–	4
	Всего	4	2	–	48

4.2. Содержание разделов учебной дисциплины.

Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий.

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и их виды.

Пространство элементарных событий. Классическое определение вероятности. Основные формулы комбинаторики (сочетания, размещения, перестановки без повторений и с повторениями). Относительная частота и статистическая вероятность. Геометрическая вероятность.

Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия.

Теорема сложения вероятностей для несовместных событий. Теорема сложения вероятностей для совместных событий. Теорема умножения вероятностей для независимых событий. Теорема умножения вероятностей для зависимых событий. Вероятность появления хотя бы одного из событий.

Тема 3. Полная вероятность. Формулы Байеса.

Тема 4. Повторные независимые испытания.

Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления события. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Формула Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.

Тема 5. Дискретные случайные величины и их числовые характеристики.

Понятие дискретной случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Функция распределения дискретной случайной величины. Основные числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое

ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Основные законы распределения дискретной случайной величины: биномиальный закон распределения, закон распределения Пуассона, геометрический закон распределения, гипергеометрический закон распределения. Теоретические моменты.

Тема 6. Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики.

Понятие непрерывной случайной величины. Функция распределения вероятности, плотность распределения вероятности непрерывной случайной величины. Основные числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Основные законы распределения непрерывной случайной величины: равномерный закон распределения, показательный, нормальный. Функция надежности.

Тема 7. Закон больших чисел.

Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Центральная граничная теорема теории вероятностей.

1.3. Перечень тем лекций.

№ п/п	Тема лекции	Объём, ч	
		форма обучения	
		очная	заочная
	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий.	6	4
1.	Основные понятия теории вероятностей. Классическое и статистическое определение вероятности. Случайные события и их виды. Классическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности.	2	2
2.	Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия. Теоремы сложения вероятностей для совместных и несовместных событий. Теоремы умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Теорема о вероятности появления хотя бы одного из независимых событий. Полная вероятность. Формулы Байеса.	2	2
3.	Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Формула Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности появления случайного события.	2	—
	Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	4	—
4.	Дискретные случайные величины и их числовые характеристики. Дискретная случайная величина. Закон распределения и функция распределения вероятностей дискретной случайной величины. Основные числовые характеристики дискретной случайной величины и их свойства.	2	—
5.	Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики. Непрерывная случайная величина. Функция распределения вероятностей и плотность распределения непрерывной случайной	2	—

	величины. Основные числовые характеристики непрерывной случайной величины.		
Всего		10	4

1.4. Перечень тем практических занятий

№ п/п	Тема практического занятия (семинара)	Объём, ч	
		форма обучения	
		очная	заочная
	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий.	10	2
1.	Основные понятия теории вероятностей. Классическое и статистическое определение вероятности. Случайные события и их виды. Классическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности.	2	2
2.	Геометрическая вероятность.	2	—
3.	Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия. Теоремы сложения вероятностей для совместных и несовместных событий. Теоремы умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Теорема о вероятности появления хотя бы одного из независимых событий.	2	—
4.	Полная вероятность. Формулы Байеса.	2	—
5.	Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Формула Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности появления случайного события.	2	—
	Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	10	
6.	Дискретные случайные величины и их числовые характеристики. Дискретная случайная величина. Закон распределения и функция распределения вероятностей дискретной случайной величины. Основные числовые характеристики дискретной случайной величины и их свойства.	2	—
7.	Законы распределения дискретной случайной величины.	2	—
8.	Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики. Непрерывная случайная величина. Функция распределения вероятностей и плотность распределения непрерывной случайной величины. Основные числовые характеристики непрерывной случайной величины.	2	—
9.	Законы распределения непрерывной случайной величины.	2	—
10.	Закон больших чисел.	2	—
Всего		20	2

4.5. Перечень тем лабораторных работ.

Не предусмотрены.

4.6. Виды самостоятельной работы студентов и перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся.

4.6.1. Подготовка к аудиторным занятиям

Основной формой учебной работы студентов очной формы обучения является изучение лекций, в условиях заочной формы обучения – самостоятельная работа над учебным материалом.

Аудиторные занятия проводятся в виде лекций и практических занятий.

Материалы лекций являются основой для подготовки студента к практическим занятиям.

При подготовке к аудиторным занятиям студент должен:

- изучить материалы лекций и практических занятий;
- поработать над основной и дополнительной литературой по изучаемой теме;
- законспектировать необходимый материал, выносимый на самостоятельное изучение;
- подготовиться к опросу на практических занятиях – выучить основные формулы и определения;
- прорешать задачи, заданные в качестве домашнего задания;
- выполнить индивидуальное домашнее задание.

Основной целью практических занятий является решение основных типовых задач по теории вероятностей, а также контроль за степенью усвоения пройденного теоретического и практического материала, ходом выполнения студентами самостоятельной работы и индивидуального домашнего задания.

Самостоятельная работа может выполняться в обычных учебных аудиториях, в аудиториях оборудованных компьютерами с выходом в Интернет, а также в читальных залах библиотеки, где можно получить необходимые методические указания и специальную литературу по дисциплине.

1.6.2. Перечень тем курсовых работ (проектов).

Курсовые работы (проекты) не предусмотрены.

4.6.3. Перечень тем рефератов, расчетно-графических работ.

Не предусмотрены.

4.6.4. Перечень тем и учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся.

№ п/п	Тема самостоятельной работы	Учебно-методическое обеспечение	Объём, ч	
			форма обучения	
			очная	заочная
	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий.		10	20
1.	<i>Тема 1. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и их виды. Классическое, статистическое, геометрическое и аксиоматическое определения вероятности.</i> Основные формулы комбинаторики (сочетания, размещения, перестановки без повторений и с повторениями). Относительная частота и статистическая вероятность. Геометрическая вероятность.	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для вузов / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Юрайт, 2022. – 479 с. – (Высшее образование)	4	7
2.	<i>Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия</i> Теорема сложения вероятностей для несовместных событий. Теорема сложения вероятностей для совместных событий. Теорема умножения вероятностей для независимых событий. Теорема умножения вероятностей для зависимых событий. Вероятность появления хотя бы одного из событий.	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для вузов / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Юрайт, 2022. – 479 с. – (Высшее образование)	2	2
3.	<i>Тема 3. Полная вероятность, формулы Байеса.</i>	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для вузов / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Юрайт, 2022. – 479 с. – (Высшее образование)	2	5
4.	<i>Тема 4. Повторные независимые испытания.</i>	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая	2	6

	Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления события. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Формула Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.	статистика : учеб. для вузов / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Юрайт, 2022. – 479 с. – (Высшее образование)		
	Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.		14	28
5.	<i>Тема 5. Дискретные случайные величины и их числовые характеристики.</i> Закон распределения ДСВ, функция распределения дискретной случайной величины. Основные числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Биномиальный закон распределения, закон распределения Пуассона, геометрический закон распределения, гипергеометрический закон распределения. Теоретические моменты.	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для вузов / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Юрайт, 2022. – 479 с. – (Высшее образование)	6	12
6.	<i>Тема 6. Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики.</i> Функция и плотность распределения вероятности НСВ. Основные числовые характеристики НСВ: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Равномерный закон распределения, показательный, нормальный. Функция надежности.	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для вузов / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Юрайт, 2022. – 479 с. – (Высшее образование)	6	12
7.	<i>Тема 7. Закон больших чисел.</i> Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Центральная граничная теорема	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для вузов / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. :	2	4

	теории вероятностей.	Юрайт, 2022. – 479 с. – (Высшее образование)		
	Всего		24	48

4.6.5. Другие виды самостоятельной работы студентов.

Для лучшего усвоения материала по дисциплине "Теория вероятностей" предусмотрено выполнение каждым студентом индивидуального домашнего задания. Часы, выделяемые на выполнение индивидуального домашнего задания, входят в самостоятельную работу студента.

4.7. Перечень тем и видов занятий, проводимых в интерактивной форме.

Не предусмотрены.

5. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Полное описание фонда оценочных средств текущей и промежуточной аттестации обучающихся с перечнем компетенций, описанием показателей и критериев оценивания компетенций, шкал оценивания, типовые контрольные задания и методические материалы представлены в приложении к данной программе.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

6.1. Рекомендуемая литература.

6.1.1. Основная литература.

№ п/п	Автор, название, место издания, изд-во, год издания, количество страниц	Кол-во экз. в библиот.
1	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для вузов / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Юрайт, 2022. – 479 с. – (Высшее образование)	10
2	Булдык Г.М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для студентов экономических специальностей вузов. – Минск: Вышэйшая школа, 1989. – 284 с.	64
3	Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для экон. спец. вузов. – М.: Высшая школа, 1991.	116

6.1.2 Дополнительная литература.

№ п/п	Автор, название, место издания, изд-во, год издания, количество страниц
1.	Кацко, И. А. Теория вероятностей и математическая статистика / И. А. Кацко, П. С. Бондаренко, Г. В. Горелова. — 3-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 436 с. — ISBN 978-5-507-45492-1. — Текст: электронный// Лань : электронно-библиотечная система. Режим доступа: для авториз. пользователей. https://e.lanbook.com/book/302663?category=913
2.	Карасев, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: теория вероятностей : учебное пособие / В. А. Карасев, Г. Д. Лёвшина. — Москва : МИСИС, 2015. — 125 с. — ISBN 978-5-87623-901-3. — Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. Режим доступа: для авториз. пользователей. https://e.lanbook.com/book/116508?category=913
3.	Катальников, В. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / В. В. Катальников, Ю. В. Шапарь ; научный редактор И. А. Шестакова. — 2-е изд., перераб. — Екатеринбург : УрФУ, 2014. — 72 с. — ISBN 978-5-7996-1158-3. — Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — Режим доступа: для авториз. пользователей. https://e.lanbook.com/book/98308

6.1.3 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

№ п/п	Автор, название, место издания, изд-во, год издания, количество страниц
1.	Рыбинцева Е.А. Теория вероятностей. Методические указания к практическим занятиям, индивидуальной и самостоятельной работе с вариантами заданий для расчетно-графической работы. – Луганск, ЛНАУ, 2020. – 152 с. (Кафедра ИТМиФ) (Электронный ресурс)
2.	Леви Л.И., Тащилин М.В., Тащилина А.В., Теория вероятностей. Методические указания к практическим занятиям, индивидуальной и самостоятельной работе с

	вариантами заданий для расчетно-графической работы. – Луганск, ЛНАУ, 2016. – 68 с. (Кафедра ИТМиФ) (Электронный ресурс)
--	---

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее – сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины.

№ п/п	Название интернет ресурса, адрес и режим доступа
1	Общероссийский математический портал (информационная система) http://www.mathnet.ru/
2.	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – Режим доступа: http://elibrary.ru/defaultx.asp
3.	Mathcad-справочник по высшей математике – http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp
4.	ЭБС «Знаниум» – http://znanium.com
5.	ЭБС «Лань» – http://e.lanbook.com
6.	ЭБС«AgriLib» – http://ebs.rgazu.ru

6.3. Средства обеспечения освоения дисциплины.

6.3.1. Компьютерные обучающие и контролирующие программы.

№ п/п	Вид учебного занятия	Наименование программного обеспечения	Функция программного обеспечения		
			контроль	моделирующая	обучающая
1	Лекции	Microsoft Office 2010 Std	–	–	+
2	Практические	http://moodle.lnau.su	+	+	+

6.3.2. Аудио- и видеопособия.

Не предусмотрены.

6.3.3. Компьютерные презентации учебных курсов.

Не предусмотрены.

7. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения занятий	Перечень основного оборудования, приборов и материалов
1.	Г-321 – аудитория для проведения практических занятий	Стол-скам. – 17 шт., стол ауд. – 3 шт., стул ученич. – 4 шт., стеллаж – 1 шт., доска д/тех пок. – 1 шт., демонстрационные материалы
2.	Г-322 – аудитория для самостоятельной работы и индивидуальных консультаций	Шкаф с з/ дв. – 6 шт., сейф-2 шт., кресло – 2 шт., стол 1 тумб. – 13 шт., стол двухтумб. – 1 шт., стол ауд. – 5 шт., шкаф для од. – 1 шт., стул лаб. – 1 шт., стул ученич. – 6 шт., стул п/мягкий. – 17 шт., компьютер – 2 шт., ф/резак – 1 шт., МФУ – 1 шт., принтер – 2 шт.

8. Междисциплинарные связи

Протокол согласования рабочей программы с другими дисциплинами

Наименование дисциплины, с которой проводилось согласование	Кафедра, с которой проводилось согласование	Предложения об из- менениях в рабочей программе. Заключение о результатах согласования	Подпись зав. кафедрой
Статистика	Кафедра бухгалтерского учета, анализа и аудита	Согласовано	
Эконометрика	Кафедра бухгалтерского учета, анализа и аудита	Согласовано	
Математическое программирование и экономико-математическое моделирование производственных систем в сельском хозяйстве	Кафедра информационных технологий, математики и физики	Согласовано	

Лист изменений рабочей программы

[illegible]

Приложение 2

Лист периодических проверок рабочей программы

[illegible]

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ К.Е. ВОРОШИЛОВА»**

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине (модулю) «Теория вероятностей»

Направление подготовки: 38.05.01 Экономическая безопасность

Специализация Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности

Уровень профессионального образования: специалитет

Год начала подготовки: 2023

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ, СООТНЕСЕННЫХ С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ, С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Код контро-лируемо-й компе-тенции	Формулировка контролируемой компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения	Наименование модулей и (или) разделов дисциплины	Наименование оценочного средства	
						Текущий контроль	Промежуточная аттестация
ОПК-1	Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.	ОПК-1.1. Использует знания и методы экономической науки при решении прикладных задач, интерпретируя полученные результаты	Первый этап (пороговый уровень)	Знать: способы формализации и постановки задачи, ее базовые составляющие.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Тесты закрытого типа	Зачет
			Второй этап (продвинутый уровень)	Уметь: анализировать прикладную задачу, выделяя ее базовые компоненты, переводить ее на язык математики.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Тесты открытого типа (вопросы для опроса)	Зачет
			Третий этап (высокий уровень)	Владеть: навыками математического описания прикладных задач, осуществлять выбор метода решения и интерпретировать полученные	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Расчетная работа	Зачет

				результаты.			
		ОПК -1.2. Применяет статистико-математический инструментарий, строит экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач	Первый этап (пороговый уровень)	Знать: основные понятия, определения, формулы и методы основных разделов теории вероятностей.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Тесты закрытого типа	Зачет
			Второй этап (продвинутый уровень)	Уметь: применять математический инструментарий для решения типовых и прикладных задач в профессиональной деятельности.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Тесты открытого типа (вопросы для опроса)	Зачет
			Третий этап (высокий уровень)	Владеть: практическими навыками построения математических моделей.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Расчетная работа	Зачет
		ОПК -1.3. Исследует на основе	Первый этап (пороговый уровень)	Знать: методы представления и обработки	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные	Тесты закрытого типа	зачет

		статистических данных социально-экономические процессы в целях прогнозирования возможных угроз экономической безопасности		статистических данных.	величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.		
			Второй этап (продвинутый уровень)	Уметь: формализовать экономические явления и процессы в виде математических данных.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Тесты открытого типа (вопросы для опроса)	зачет
			Третий этап (высокий уровень)	Владеть: навыками обработки, числовыми расчетами и оценением информации, полученной в результате решения поставленных задач.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Расчетная работа	зачет
ОПК-3	Способен рассчитывать экономические показатели, характеризующие деятельность	ОПК-3.1 Подготавливает исходные данные, необходимые для расчета экономических	Первый этап (пороговый уровень)	Знать: математическую символику и формулы, используемые для математического описания типовых и	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Тесты закрытого типа	зачет

	хозяйствующих субъектов.	показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов		прикладных задач.			
			Второй этап (продвинутый уровень)	Уметь: демонстрировать основные методы систематизации, представления и обработки исходных данных.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Тесты открытого типа (вопросы для опроса)	зачет
			Третий этап (высокий уровень)	Владеть: навыками сведения прикладных задач к математическим задачам.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Расчетная работа	зачет
		ОПК-3.2 Рассчитывает экономические показатели для характеристики деятельности хозяйствующих субъектов	Первый этап (пороговый уровень)	Знать: математический инструментальный теории вероятностей для выражения количественных и качественных отношений между элементами хозяйствующих субъектов.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Тесты закрытого типа	зачет

			Второй этап (продвинутый уровень)	Уметь: формализовать экономические явления и процессы со случайным исходом в виде вероятностных моделей.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Тесты открытого типа (вопросы для опроса)	зачет
			Третий этап (высокий уровень)	Владеть: навыками постановки, формализации и решения задач экономики, требующих использования вероятностно- статистических моделей.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Расчетная работа	зачет
		ОПК-3.3 Проводит мониторинг состояния хозяйствующих субъектов и оценку финансово- экономических результатов с целью принятия управленческих	Первый этап (пороговый уровень)	Знать: формулы и методы расчета, необходимые для решения типовых и прикладных задач	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Тесты закрытого типа	зачет
			Второй этап (продвинутый уровень)	Уметь: демонстрировать различные методы решения типовых и	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные	Тесты открытого типа (вопросы для опроса)	зачет

		решений и достижения экономической безопасности		прикладных задач теории вероятности в профессиональной деятельности.	величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.		
			Третий этап (высокий уровень)	Владеть: навыками выбора оптимальных методов решения простейших статистических задач.	Раздел 1. Случайные события. Вычисление вероятностей случайных событий. Раздел 2. Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин.	Расчетная работа	зачет

2. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЯ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания	Шкала оценивания
1.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая измерить уровень знаний.	Тестовые задания	В тесте выполнено 90-100% заданий	Оценка «Отлично» (5)
				В тесте выполнено более 75-89% заданий	Оценка «Хорошо» (4)
				В тесте выполнено 60-74% заданий	Оценка «Удовлетворительно» (3)
				В тесте выполнено менее 60% заданий	Оценка «Неудовлетворительно» (2)
				Большая часть определений не представлена, либо представлена с грубыми ошибками.	Оценка «Неудовлетворительно» (2)
2.	Опрос	Форма работы, которая позволяет оценить кругозор, умение логически построить ответ, умение продемонстрировать монологическую речь и иные коммуникативные навыки. Устный опрос обладает большими возможностями воспитательного воздействия, создавая условия для неформального общения.	Вопросы к опросу	Продемонстрированы предполагаемые ответы; правильно использован алгоритм обоснований во время рассуждений; есть логика рассуждений.	Оценка «Отлично» (5)
				Продемонстрированы предполагаемые ответы; есть логика рассуждений, но неточно использован алгоритм обоснований во время рассуждений и не все ответы полные.	Оценка «Хорошо» (4)
				Продемонстрированы предполагаемые ответы, но неправильно использован алгоритм обоснований во время рассуждений; отсутствует логика рассуждений; ответы не полные.	Оценка «Удовлетворительно» (3)
				Ответы не представлены.	Оценка «Неудовлетворительно» (2)
3.	Расчетная работа (решение задач)	Средство проверки владения навыками применения полученных знаний по заранее определенной методике для решения задач.	Перечень заданий, входящих в расчетно-графическую работу	Продемонстрировано понимание методики решения задачи и ее применение. Решение качественно оформлено (аккуратность, логичность). Использован традиционный или нетрадиционный подход к решению задачи. Задача решена правильно.	Оценка «Отлично» (5)
				Продемонстрировано понимание методики решения и ее применение. Решение задачи правильно оформлено.	Оценка «Хорошо» (4)

№ п/ п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания	Шкала оценивания
				Задача решена правильно. Есть отдельные замечания.	
				Продемонстрировано понимание методики решения и частичное ее применение. Задача решена частично.	Оценка «Удовлетворительно» (3)
				Задача не решена.	Оценка «Неудовлетворительно» (2)
4	Зачет	Зачет выставляется в результате подведения итогов текущего контроля. Зачет в форме итогового контроля проводится для обучающихся, которые не справились с частью заданий текущего контроля.	Тестовые задания к зачету	В тесте выполнено 60-100% заданий	«Зачтено»
				В тесте выполнено менее 60% заданий	«Не зачтено»

3. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Оценочные средства для проведения текущего контроля

Текущий контроль осуществляется преподавателем дисциплины при проведении занятий в форме тестовых заданий, устного опроса и расчетной работы.

ОПК-1 Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.

ОПК-1.1. Использует знания и методы экономической науки при решении прикладных задач, интерпретируя полученные результаты.

Первый этап (пороговой уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «знать»: способы формализации и постановки задачи, ее базовые составляющие.

Тестовые задания закрытого типа

1. Основным объектом, изучаемым в теории вероятностей, является
(выбрать один вариант ответа)

- а) вероятность;
- б) случайное событие;
- в) случайное испытание;
- г) эксперимент.

2. Событие, состоящее в неоявлении данного события A , называют:
(выбрать один вариант ответа)

- а) недостоверным;
- б) нерелевантным;
- в) невозможным,
- г) сопутствующим данному событию;
- д) противоположным по отношению к данному.

3. События A и B называются несовместными, если:
(выбрать один вариант ответа)

- а) появление одного из них не зависит от появления другого;
- б) они происходят последовательно в данном испытании;
- в) появление одного из них не исключает появления другого в данном испытании;
- г) появление одного из них исключает появления другого в данном испытании;
- д) сумма их вероятностей равна 1.

4. Вероятностью события A называют
(выбрать один вариант ответа)

- а) отношение общего числа всех возможных исходов n к числу благоприятствующих этому событию исходов m ;

- б) отношение числа благоприятствующих этому событию исходов m к общему числу всех возможных исходов n ;
- в) относительная частота появления этого события в произведенных испытаниях;
- г) абсолютная частота появления этого события в произведенных испытаниях.

5. Вероятность p является числом из промежутка

(выбрать один вариант ответа)

- а) $(-\infty; +\infty)$;
- б) $[0; +\infty)$;
- в) $(0; 1)$;
- г) $[0; 100]$;
- д) $[0; 1]$.

Ключи

1.	б
2.	а
3.	г
4.	б
5.	д

6. Задание на соответствие.

Определите соответствие между формулой комбинаторики и ее определением:

<i>Числовая характеристика</i>	<i>Формула расчета</i>
1. Сочетание из n элементов по k без повторений	а) любой упорядоченный набор k элементов, взятый из n элементов, причем некоторые элементы или даже все могут повторяться, а наборы отличаются либо составом элементов, либо их порядком
2. Размещение из n элементов по k без повторений	б) любые наборы из n элементов, которые отличаются только порядком расположения элементов
3. Перестановка из n элементов без повторений	в) любой упорядоченный набор k элементов, взятый из n элементов, причем наборы отличаются либо составом элементов, либо их порядком
4. Размещение из n элементов по k с повторением	г) любой набор k элементов, взятый из n элементов, причем наборы отличаются только составом элементов

Результаты оформить в таблице:

1	2	3	4

Ключи

1	2	3	4
г	в	б	а

Второй этап (продвинутый уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «уметь»: анализировать прикладную задачу, выделяя ее базовые компоненты, переводить ее на язык математики.

Задания открытого типа (вопросы для опроса):

1. В чем заключается классическое определение вероятности? Когда оно применяется?
2. Сформулируйте статистическое определение вероятности.
3. Сформулируйте геометрическое определение вероятности.
4. Сформулируйте принципы комбинаторики – правило суммы и правило произведения.
5. Какие события называют противоположными?

Ключи

1.	Вероятностью события A называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов m к общему числу всех возможных исходов n: $P = P(A) = \frac{m}{n}.$ Классическое определение вероятности применяется только для тех событий, которые могут появиться в результате испытаний с равновероятными исходами.
2.	Статистической вероятностью события A называется <i>относительная частота</i> (частость) появления этого события в произведенных испытаниях, т.е. $\tilde{P}(A) = w(A) = \frac{m}{n},$ где $w(A)$ – относительная частота (частость) события A; m – число испытаний, в которых появилось событие A; n – общее число испытаний.
3.	Пусть дана область G, в которой содержится другая область g. Этими областями могут быть отрезки, дуги, плоские или пространственные фигуры). Мерой этих областей ($mes G$, $mes g$) считают их длину, если G и g – отрезки или дуги; площадь, если G и g – плоские фигуры; объем, если G и g – пространственные фигуры. Геометрической вероятностью называют вероятность события, состоящего в том, что наудачу взятая точка из множества G попадет в множество g. Геометрическая вероятность попадания точки из множества G в множество g определяется по формуле: $P(A) = \frac{mes g}{mes G}, \text{ где } mes g, mes G \text{ – соответственно меры множеств } g \text{ и } G.$
4.	К действиям над событиями относят <i>сложение</i> и <i>умножение</i> событий. <i>Суммой двух событий A и B</i> называется событие $A + B$, состоящее в появлении хотя бы одного из них (<i>или события A, или события B, или обоих вместе</i>). <i>Суммой нескольких событий</i> называется событие, состоящее в появлении хотя бы одного из этих событий. <i>Произведением двух событий A и B</i> называется событие $A \cdot B$, состоящее в совместном появлении <i>и</i> события A, <i>и</i> события B. <i>Произведением нескольких событий</i> называется событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий.
5.	Событие $\bar{A}$, заключающееся в непоявлении события A, называют противоположным событием к данному событию A. Например, события A – выпадение «орла» и событие B – выпадение «решки» при

подбрасывании монеты являются противоположными.

Третий этап (высокий уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «владеть»: владеть навыками математического описания прикладных задач, осуществлять выбор метода решения и интерпретировать полученные результаты.

Расчетная работа:

1. Правление коммерческого банка выбирает из 10 кандидатов 3 человека для назначения на *одинаковые* должности. Все 10 кандидатов имеют равные шансы. Сколько всевозможных групп по 3 человека можно составить из 10 кандидатов?
2. Правление коммерческого банка выбирает из 10 кандидатов 3 человека для назначения на *разные* должности. Все 10 кандидатов имеют равные шансы. Сколько всевозможных групп по 3 человека можно составить из 10 кандидатов?
3. Сколько существует способов расположения четырех людей в очереди?
4. На конкурс представлены 8 различных работ. Денежные премии будут присуждены по трем номинациям: оригинальная научная идея; использование современного математического аппарата и применение компьютерного обеспечения. Сколько существует способов распределения одинаковых денежных премий?
5. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

Ключи

1.	Так как различные группы из трех человек должны отличаться только составом людей, т.е. порядок выбора трех человек неважен, то применяем формулу сочетаний без повторений: $N = C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{6} = 120.$
2.	Так как различные группы из трех человек должны отличаться или составом людей, или порядком их размещения на разные должности, т.е. порядок выбора трех людей важен, то применим формулу размещений без повторений: $N = A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720.$
3.	Так как меняется только порядок расположения людей в очереди, то количество способов расположения людей в очереди соответствует количеству способов переставить их относительно друг друга. Применяем формулу перестановок без повторений: $N = P_4 = 4! = 24.$
4.	Премии могут быть присуждены как трем разным людям, так и одному человеку все три премии по различным номинациям, т.е. имеет место повторения работ. При этом порядок присуждения премий по номинациям значения не имеет. Применим формулу сочетаний с повторениями: $N = \overline{C}_8^3 = C_{8+3-1}^3 = C_{10}^3 = \frac{10!}{3!7!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{6} = 120.$
5.	Так как при выборе и расположении трех цифр важен порядок расположения цифр в числе и цифры в числе могут повторяться, то применим формулу размещений с повторениями: $N = \overline{A}_5^3 = 5^3 = 125.$

ОПК - 1.2. Применяет статистико-математический инструментарий, строит экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач.

Первый этап (пороговой уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «знать»: основные понятия, определения, формулы и методы основных разделов теории вероятностей.

Тестовые задания закрытого типа

1. Число сочетаний без повторений из n элементов по m определяется по формуле:
(выбрать один вариант ответа)

а) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!};$

б) $P_n = A_n^n = n!;$

в) $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!};$

г) $\bar{C}_n^k = C_{n+k-1}^k.$

2. Число размещений без повторений из n элементов по m определяется по формуле:
(выбрать один вариант ответа)

а) $\bar{C}_n^k = C_{n+k-1}^k;$

б) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!};$

в) $P_n = A_n^n = n!;$

г) $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$

3. Число перестановок без повторений из n элементов определяется по формуле:
(выбрать один вариант ответа)

а) $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!};$

б) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!};$

в) $P_n = A_n^n = n!;$

г) $\bar{C}_n^k = C_{n+k-1}^k.$

4. Полная вероятность определяется по формуле:
(выбрать один вариант ответа)

а) $P(A) = P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n)P_{B_n}(A);$

б) $P_A(B_i) = \frac{P(B_i)P_{B_i}(A)}{P(A)}; i = 1, 2, \dots, n;$

в) $P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdots P(A_n);$

г) $P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1 A_2}(A_3) \cdots P_{A_1 A_2 \dots A_{n-1}}(A_n).$

5. Формулы Байеса имеют вид:

(выбрать один вариант ответа)

- а) $P_A(B_i) = \frac{P(B_i)P_{B_i}(A)}{P(A)} ; i = 1, 2, \dots, n;$
 б) $P(A) = P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n)P_{B_n}(A);$
 в) $P(A_1A_2\dots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n);$
 г) $P(A_1A_2\dots A_n) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1A_2}(A_3) \cdot \dots \cdot P_{A_1A_2\dots A_{n-1}}(A_n).$

Ключи

1	в
2	б
3	в
4	а
5	а

6.Задание на соответствие.

Пусть A, B и C – три произвольных события. Определите соответствие между произошедшими событиями и их выражением:

Числовая характеристика	Формула расчета
1. Из событий A, B и C произошло только событие A .	а) ABC
2. Произошли только два события из трех.	б) $ABC + \overline{A}BC + A\overline{B}C$
3. Все три события A, B и C произошли.	в) $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$
4. Произошло хотя бы одно событие.	г) $A + B + C$
	д) $1 - \overline{A}\overline{B}\overline{C}$

Результаты оформить в таблице:

1	2	3	4

Ключи

1	2	3	4
в	б	а	д

Второй этап (продвинутый уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «уметь»: Уметь: применять математический инструментарий для решения типовых и прикладных задач в профессиональной деятельности. .

Задания открытого типа (вопросы для опроса):

1. Какое событие называют противоположным?
2. Что называют дискретной случайной величиной и как она задается?
3. Сформулируйте теорему умножения вероятностей для независимых событий.
4. Как связаны между собой дифференциальная функция распределения $f(x)$ и интегральная функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины?

5. Что называют наивероятнейшим числом появления события?

Ключи

1.	Событие $\bar{A}$, которое состоит в неоявлении данного события A , называется противоположным по отношению к данному.
2.	Случайная величина называется дискретной, если она может принимать конечное или счетное число значений. Простейшей формой закона распределения является таблица, в которой записаны возможные значения случайной величины $x_1, x_2, \dots, x_n$ и соответствующие им вероятности $p_1, p_2, \dots, p_n$. Дискретная случайная величина задается законом распределения. Закон распределения в виде формулы выражает вероятности p_i как функцию от x_i. Закон распределения в виде графика называется многоугольником распределения или полигоном.
3.	Вероятность совместного появления двух независимых событий A и события B равна произведению их вероятностей: $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$ Вероятность произведения двух независимых событий равно произведению вероятностей этих событий. Теорема умножения вероятностей для независимых событий распространяется на произвольное число событий.
4.	Дифференциальная и интегральная функции распределения взаимосвязаны. Зная дифференциальную функцию распределения $f(x)$, можно определить интегральную функцию распределения вероятностей $F(X)$ по формуле: $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt.$ И наоборот, зная интегральную функцию распределения, можно найти дифференциальную функцию распределения: $f(x) = F'(x)$.
5.	Число появления события A в повторных независимых испытаниях, при котором вероятность $P_n(k)$ наибольшая, называют наивероятнейшим числом появления события. Наивероятнейшее число k_0 появления события A в n повторных независимых испытаниях определяют из двойного неравенства: $np - q \leq k_0 \leq np + p,$ где $p = P(A)$ – вероятность появления события A в одном испытании; $q = 1 - p$ – вероятность неоявления события A в одном испытании.

Третий этап (высокий уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «владеть»: владеть практическими навыками построения математических моделей.

Расчетная работа:

- Из 100 посаженных семян проросло 78. Какова вероятность прорастания семени? Определить процент всхожести семян.
- Два стрелка сделали по выстрелу в мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,8. Составить закон распределения для числа попаданий в мишень. Вычислить математическое ожидание и дисперсию. Составить функцию распределения вероятностей.

3. База снабжает продукцией 30 магазинов в области, от каждого из которых может поступить заявка на следующий день с вероятностью 0,4 независимо от заявок других магазинов. Найти наивероятнейшее число заявок на следующий день.
4. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найти вероятность того, что в семье из трех детей
 - 1) 2 мальчика;
 - 2) не менее двух мальчиков;
 - 3) хотя бы одна девочка.
5. В группе 16 парней и 9 девушек. Производится розыгрыш 4 билетов в театр. Найти вероятность того, что:
 - 1) все билеты получают девушки;
 - 2) билеты достанутся или парням, или девушкам.

Ключи

1.	Обозначим событие A – семя проросло. В 100 испытаниях – посадка 100 семян – событие A появилось 78 раз. Так как результат испытаний уже известен, то найдем вероятность прорастания семени как относительную частоту: $P(A) = W(A) = \frac{78}{100} = 0,78.$ Процент всхожести семян определим как вероятность прорастания семени, выраженную в процентах: $P(A) = 0,78 \cdot 100\% = 78\%.$								
2.	Случайная величина X – число попаданий в мишень. Она принимает следующие значения: $X = 0$: оба стрелка не попали в мишень; $X = 1$: в мишень попал только один стрелок: первый стрелок попал в мишень, а второй – нет или второй стрелок попал в мишень, а первый – нет; $X = 2$: оба стрелка попали в мишень. По условию $p_1 = 0,6$; $p_2 = 0,8$. Тогда $q_1 = 1 - p_1 = 0,4; q_2 = 1 - p_2 = 0,2.$ Найдем вероятности того, что случайная величина X примет соответствующие значения: $P(X = 0) = q_1 \cdot q_2 = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08;$ $P(X = 1) = p_1 \cdot q_2 + q_1 \cdot p_2 = 0,6 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,8 = 0,44;$ $P(X = 2) = p_1 \cdot p_2 = 0,6 \cdot 0,8 = 0,48.$ Составим закон распределения случайной величины X: <table><tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>P</td><td>0,08</td><td>0,44</td><td>0,48</td></tr></table> Условие $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ выполняется: $0,08 + 0,44 + 0,48 = 1$. Вычислим основные числовые характеристики случайной величины X. Математическое ожидание: $M(X) = 0 \cdot 0,08 + 1 \cdot 0,44 + 2 \cdot 0,48 = 1,4.$	X	0	1	2	P	0,08	0,44	0,48
X	0	1	2						
P	0,08	0,44	0,48						

Дисперсия:

$$D(X) = 0^2 \cdot 0,08 + 1^2 \cdot 0,44 + 2^2 \cdot 0,48 - 1,4^2 = 0,4.$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0,4} \approx 0,6325.$$

Составим функцию распределения случайной величины X :

$$\text{При } x \leq 0: F(x) = 0;$$

$$\text{при } 0 < x \leq 1: F(x) = 0,08;$$

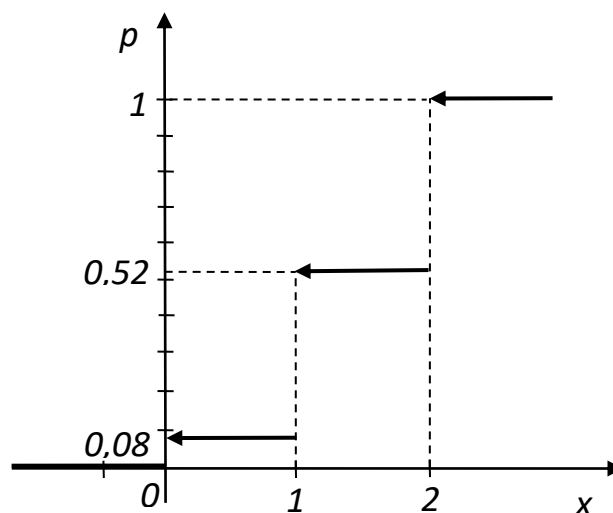
$$\text{при } 1 < x \leq 2: F(x) = 0,08 + 0,44 = 0,52;$$

$$\text{при } 2 < x \leq 3: F(x) = 0,08 + 0,44 + 0,48 = 1.$$

Таким образом, функция распределения имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ 0,08, & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 0,52, & \text{при } 1 < x \leq 2; \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Построим функцию распределения вероятностей:



3.

По условию задачи $n = 30$; $p = 0,4$; $q = 1 - p = 0,6$.

Применим формулу наивероятнейшего числа появления события.

Наивероятнейшее число заявок удовлетворяет неравенству:

$$30 \cdot 0,4 - 0,6 \leq k_0 \leq 30 \cdot 0,4 + 0,4,$$

$$11,4 \leq k_0 \leq 12,4$$

Последнему неравенству удовлетворяет единственное целое число

$$k_0 = 12$$

Таким образом, наивероятнейшее число заявок на базу поступит от 12 магазинов.

4.

1) Обозначим событие A – рождение мальчика в семье.

По условию $n = 3$; $p = P(A) = 0,51$; $q = 1 - p = 0,49$; $k = 2$. Необходимо найти $P_3(2)$.

Так как вероятность рождения мальчика постоянна, число испытаний n невелико, то применим формулу Бернулли.

Вероятность того, что в семье из трех детей два мальчика:

	$P_3(2) = C_3^2 0,51^2 0,49^1 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} \cdot 0,2601 \cdot 0,49 = 0,382347 \approx 0,3823.$ 2) Вероятность того, что в семье из трех детей не менее двух мальчиков – или два мальчика, или три мальчика: $P_3(k \geq 2) = P_3(2) + P_3(3) = C_3^2 0,51^2 0,49^1 + C_3^3 0,51^3 0,49^0 =$ $= \frac{3!}{2! \cdot 1!} \cdot 0,2601 \cdot 0,49 + \frac{3!}{3! \cdot 0!} \cdot 0,132651 \cdot 1 = 0,382347 + 0,132651 = 0,514998 \approx 0,5150.$ 3) Вероятность того, что в семье из трех детей хотя бы одна девочка найдем через вероятность противоположного события – в семье из трех детей ни одной девочки, т.е. три мальчика: Обозначим событие A – рождение девочки. По условию $n = 3$; $p = P(A) = 0,49$; $q = 1 - p = 0,51$. $P_3(k \geq 1) = 1 - P_3(0) = 1 - C_3^0 \cdot 0,49^0 \cdot 0,51^3 = 1 - \frac{3!}{0! \cdot 3!} \cdot 1 \cdot 0,132651 = 0,867349 \approx 0,8673.$
5.	1) Обозначим событие A – билеты получают 4 девушки. Разыграть четыре билета – равносильно выбрать четырех студентов из 25. Так как порядок выбора неважен и применяется формула сочетания без повторений, построим схему. <pre> graph LR A[25 чел.] --> B[16 п.] A --> C[9 дев.] A --> D[4 чел.] D --> E[4 п.] D --> F[4 дев.] </pre> Общее число всех возможных исходов – это количество способов выбрать 4 студента из 25. т.е. $n = C_{25}^4 = \frac{25!}{4!21!} = \frac{22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25}{24} = 12650.$ Число благоприятных исходов – это количество способов выбрать 4 девушки из имеющихся 9 девушек, т.е. $m = C_9^4 = \frac{9!}{4!5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{24} = 126.$ Тогда вероятность события A определим по формуле классического определения вероятности: $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{126}{12650} = 0,01.$ 2) Обозначим событие C – билеты получают или парни, или девушки. Общее число всех возможных исходов вычисляется аналогично: $n = C_{25}^4 = 12650.$ Число благоприятных исходов – это количество способов выбрать 4-х парней из 16 или 4 девушки из 9. Применим правило суммы: $m = C_{16}^4 + C_9^4 = \frac{16!}{4!12!} + \frac{9!}{4!5!} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16}{24} + \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{24} = 1820 + 126 = 1946.$ Тогда вероятность события C: $P(C) = \frac{1946}{12650} = 0,1538.$

ОПК - 1.3. Исследует на основе статистических данных социально-экономические процессы в целях прогнозирования возможных угроз экономической безопасности

Первый этап (пороговой уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «знать»: методы представления и обработки статистических данных.

Тестовые задания закрытого типа

1. Гипотезами называют события, которые

(выбрать один вариант ответа)

- а) являются независимыми и образуют группу;
- б) являются несовместными;
- в) являются независимыми;
- г) являются попарно несовместными и образуют полную группу;
- д) образуют полную группу.

2. Суммой двух событий A и B называется

(выбрать один вариант ответа)

- а) событие, состоящее в появлении хотя бы одного из них;
- б) событие, состоящее в появлении только одного из них;
- в) событие, состоящее в совместном появлении этих событий;
- г) событие, состоящее в непоявлении этих событий.

3. Произведением двух событий A и B называется

(выбрать один вариант ответа)

- а) событие, состоящее в непоявлении этих событий;
- б) событие, состоящее в появлении хотя бы одного из этих событий;
- в) событие, состоящее в появлении только одного из этих событий;
- г) событие, состоящее в совместном появлении этих событий.

4. События $B_1, B_2, \dots, B_n$ образуют полную группу событий, если они

(выбрать один вариант ответа)

- а) независимы в совокупности и сумма их вероятностей равна единице;
- б) зависимы в совокупности и сумма их вероятностей не равна единице;
- в) попарно несовместны и сумма их вероятностей равна единице;
- г) совместны и сумма их вероятностей не равна единице;
- д) независимы и сумма их вероятностей не равна единице.

5. Условной вероятностью события A называется вероятность события A :

(выбрать один вариант ответа)

- а) вычисленная при условии, что событие B уже наступило;
- б) вычисленная при условии, что событие B не наступило;
- в) вычисленная при условии совместного появления событий A и B ;
- г) вычисленная при условии, что событие B не зависит от события A ;
- д) вычисленная при условии появления противоположного события.

Ключи

1	г
2	а
3	г
4	в

5	а
---	---

6.Задание на соответствие.

Потребитель может увидеть рекламу определенного товара по телевидению (событие А), на рекламном стенде (событие В) или в интернете (событие С).

Определите соответствие между произошедшими событиями и вероятностями их появления:

Числовая характеристика	Формула расчета
1. Потребитель увидел все три вида рекламы	а) $P(\bar{A})P(\bar{B})P(\bar{C})$
2. Потребитель не увидел ни одного вида рекламы	б) $P(A)P(\bar{B})P(\bar{C}) + P(\bar{A})P(B)P(\bar{C}) + P(\bar{A})P(\bar{B})P(C)$
3. Потребитель увидел хотя бы один вид рекламы	в) $P(A) + P(B) + P(C)$
4. Потребитель увидел ровно один вид рекламы	г) $P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$
	д) $1 - P(\bar{A})P(\bar{B})P(\bar{C})$

Результаты оформить в таблице:

1	2	3	4

Ключи

1	2	3	4
г	а	д	б

Второй этап (продвинутый уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «уметь»: формализовать экономические явления и процессы в виде математических данных.

Задания открытого типа (вопросы для опроса):

1. Сформулируйте теорему сложения вероятностей для совместных событий.
2. Сформулируйте теорему сложения вероятностей для несовместных событий.
3. Сформулируйте теорему умножения вероятностей для совместных событий.
4. В чем заключается теорема о полной вероятности?
5. Сформулируйте теорему о вероятности появления хотя бы одного из событий независимых в совокупности.

1.	Вероятность появления одного из двух совместных событий <i>или</i> события <i>A</i> , <i>или</i> события <i>B</i> равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления: $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$. (Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий)
2.	Вероятность появления одного из двух несовместных событий <i>или</i> события <i>A</i> , <i>или</i> события <i>B</i> равна сумме их вероятностей: $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

	(Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий) Теорема сложения вероятностей для несовместных событий распространяется на произвольное число событий. Следствие: Если события $A_1, A_2, \dots, A_n$ попарно несовместны, то имеет место равенство: $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n).$
3.	Вероятность совместного появления двух событий A и события B равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого в предположении, что первое событие уже произошло: $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B).$ (Вероятность произведения двух зависимых событий равна произведению вероятности первого события на условную вероятность второго.) Теорема умножения вероятностей для зависимых событий распространяется на произвольное число событий.
4.	Если интересующее нас событие может наступить не само по себе, а только одновременно с одним из событий $B_1, B_2, \dots, B_n$, образующих полную группу событий, то применяют теорему о полной вероятности. Формула полной вероятности является следствием из теорем сложения и умножения вероятностей. <i>Теорема о полной вероятности:</i> Если событие A может произойти только одновременно с одним из событий $B_1, B_2, \dots, B_n$, образующих полную группу, то вероятность появления события A определяется по формуле: $P(A) = P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n)P_{B_n}(A).$ (Полная вероятность равна сумме произведений вероятностей каждого из событий на соответствующую условную вероятность события A)
5.	Вероятность появления хотя бы одного из событий $A_1, A_2, \dots, A_n$, независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_n$: $P(A) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot \dots \cdot P(\bar{A}_n).$ <i>Частный случай.</i> Если события $A_1, A_2, \dots, A_n$ имеют одинаковую вероятность p, то вероятность появления хотя бы одного из этих событий равна: $P(A) = 1 - q^n, \quad \text{где } q = 1 - p.$

Третий этап (высокий уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «владеть»: навыками обработки, числовыми расчетами и оцениванием информации, полученной в результате решения поставленных задач.

Расчетная работа

- 1-2. В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков в отношении 1: 4: 5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от I, II и III поставщиков не потребуют гарантийного ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98%, 88% и 92% случаев.
- 1) Найти вероятность того, что поступивший в торговую фирму телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

2) Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. От какого поставщика вероятнее всего поступил этот телевизор?

3-5. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии:

- 3) сработают оба сигнализатора;
- 4) ни один сигнализатор не сработает;
- 5) сработает хотя бы один сигнализатор.

Ключи

1.	Обозначим события: A – телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока; $\bar{A}$ – телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока. Возможны гипотезы: B_1 – «телевизор поступил в торговую фирму от I поставщика»; B_2 – «телевизор поступил в торговую фирму от II поставщика»; B_3 – «телевизор поступил в торговую фирму от III поставщика»; а) По условию задачи $P(B_1) = \frac{1}{1+4+5} = 0,1; \quad P_{B_1}(A) = 0,98;$ $P(B_2) = \frac{4}{1+4+5} = 0,4; \quad P_{B_2}(A) = 0,88;$ $P(B_3) = \frac{5}{1+4+5} = 0,5; \quad P_{B_3}(A) = 0,92;$ По формуле полной вероятности (1.23) $P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + P(B_3) \cdot P_{B_3}(A) =$ $= 0,1 \cdot 0,98 + 0,4 \cdot 0,88 + 0,5 \cdot 0,92 = 0,91.$
2.	б) Вычислим вероятность того, что телевизор потребует ремонта $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,91 = 0,09.$ По условию: $P_{B_1}(\bar{A}) = 1 - 0,98 = 0,02; \quad P_{B_2}(\bar{A}) = 1 - 0,88 = 0,12; \quad P_{B_3}(\bar{A}) = 1 - 0,92 = 0,08.$ По формулам Байеса (1.24) $P_{\bar{A}}(B_1) = \frac{P(B_1) \cdot P_{B_1}(\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,1 \cdot 0,02}{0,09} = 0,022;$ $P_{\bar{A}}(B_2) = \frac{P(B_2) \cdot P_{B_2}(\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,4 \cdot 0,12}{0,09} = 0,533;$ $P_{\bar{A}}(B_3) = \frac{P(B_3) \cdot P_{B_3}(\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,5 \cdot 0,08}{0,09} = 0,445.$ Таким образом, после наступления события $\bar{A}$ вероятность гипотезы B_2 увеличилась с $P(B_2) = 0,4$ до $P_{\bar{A}}(B_2) = 0,533$, а гипотезы B_3 уменьшилась от

	максимальной $P(B_3) = 0,5$ до $P_{\bar{A}}(B_3) = 0,445$. Если ранее (до наступления события A) наиболее вероятной была гипотеза B_3, то теперь, после наступления события $\bar{A}$, наиболее вероятна гипотеза B_2 – поступление данного телевизора от 2-го поставщика.
3.	Обозначим события B_1 – при аварии сработает первый сигнализатор; B_2 – при аварии сработает второй сигнализатор. Тогда $\bar{B}_1$ – первый сигнализатор не сработает; $\bar{B}_2$ – второй сигнализатор не сработает. Эти события независимые. По условию $p_1 = 0,95$; $p_2 = 0,9$. Тогда $q_1 = 1 - p_1 = 0,05$; $q_2 = 1 - p_2 = 0,1$. Обозначим событие A – при аварии сработают оба сигнализатора, т.е. и первый сработает, и второй: $P(A) = p_1 \cdot p_2 = 0,95 \cdot 0,9 = 0,855$
4.	Событие B – оба сигнализатора не сработают, т.е. и первый не сработает, и второй – не сработает: $P(B) = q_1 \cdot q_2 = 0,05 \cdot 0,1 = 0,005$
5.	Событие D – сработает хотя бы один сигнализатор. Рассмотрим противоположное событие $\bar{D}$ – ни один не сработает, т.е. и первый не сработает, и второй – не сработает: $P(D) = 1 - P(\bar{D}) = 1 - q_1 \cdot q_2 = 1 - 0,05 \cdot 0,1 = 0,995$

ОПК-3. Способен рассчитывать экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов.

ОПК-3.1. Подготавливает исходные данные, необходимые для расчета экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов

Первый этап (пороговой уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «знать»: математическую символику и формулы, используемые для математического описания типовых и прикладных задач.

Тестовые задания закрытого типа

1. Формула Бернулли имеет вид:

а) $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$;

б) $np - q \leq k_0 \leq np + p$;

в) $P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x)$, где $x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$;

г) $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, где $\lambda = np$.

2. Найвероятнейшее число появления события в повторных независимых испытаниях определяется по формуле:

- а) $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$;
 б) $np - q \leq k_0 \leq np + p$;
 в) $P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x)$, где $x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$;
 г) $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, где $\lambda = np$.

3. Формула Пуассона имеет вид:

- а) $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$;
 б) $np - q \leq k_0 \leq np + p$;
 в) $P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x)$, где $x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$;
 г) $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, где $\lambda = np$.

4. Вероятность появления события A в n независимых испытаниях k раз, тем точнее, чем больше n определяется по формуле:

- а) $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$;
 б) $np - q \leq k_0 \leq np + p$;
 в) $P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x)$, где $x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$;
 г) $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, где $\lambda = np$.

5. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в повторных независимых испытаниях определяется по формуле:

- а) $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$;
 б) $P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x)$, где $x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$;
 в) $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, где $\lambda = np$;
 г) $P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right) \cong 2\Phi\left(\varepsilon \sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$.

Ключи

1	а
2	б
3	г
4	в
5	Г

6. Задание на соответствие.

Производится серия из n повторных независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A постоянна и равна p .

Определите соответствие между формулой расчета вероятности и названием теоремы:

Формула расчета	Название теоремы
1. $P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x)$, где $x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$	а) интегральная теорема Муавра-Лапласа
2. $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$	б) локальная теорема Лапласа
3. $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, где $\lambda = np$	в) теорема Бернулли
4. $P_n(k) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$, $x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}$	г) теорема Пуассона

Результаты оформить в таблице:

1	2	3	4

Ключи

1	2	3	4
а	в	г	а

Второй этап (продвинутый уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «уметь»: демонстрировать основные методы систематизации, представления и обработки исходных данных

Задания открытого типа (вопросы для опроса):

1. В каком случае применяется теорема Бернулли?
2. В каком случае применяется локальная теорема Лапласа?
3. В каком случае применяется интегральная теорема Муавра-Лапласа?
4. В каком случае применяется теорема Пуассона??
5. Что называется схемой Бернулли?

Ключи

1.	Теорема Бернулли применяется, если число испытаний n невелико.
2.	Локальная теорема Лапласа применяется, если число испытаний n велико;
3.	Интегральная теорема Муавра-Лапласа применяется, если число испытаний n велико и событие должно наступить не менее k_1 раз и не более k_2 раз.
4.	Формула Пуассона применяется, если число испытаний n велико, а вероятность p – близка к нулю.
5.	Пусть проводится n независимых испытаний при одинаковых условиях, в каждом из которых событие A может появиться, либо не появиться. И пусть вероятность появления события A в каждом испытании <i>постоянна</i> и равна $p = P(A)$,

	вероятность ненаступления события A в каждом испытании также постоянна и равна $q = 1 - p$. Вероятность того, что в n независимых испытаниях событие A наступит ровно k раз обозначается $P_n(k)$. Такая последовательность испытаний называется <i>схемой Бернулли</i>.
--	--

Третий этап (высокий уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «владеть»: владеть навыками сведения прикладных задач к математическим задачам.

Расчетная работа

- Оптовая база снабжает продукцией 10 магазинов, от каждого из которых может поступить заявка на очередной день с вероятностью 0,4 независимо от заявок других магазинов. Определить вероятность того, что в день поступит пять заявок.
- Из каждой партии конденсаторов проверяется 100 штук на испытательном стенде. Вероятность того, что конденсатор на испытательном стенде не проработает t часов, равна 0,1. Определить вероятность того, что не выдержат испытательный срок 11% конденсаторов.
- В главный офис поступает информация из трех филиалов предприятия. Информация первого филиала составляет 25%, второго – 30%, третьего – 45% всего объема поступающей информации. В сводках первого филиала 60% сводок содержат информацию о положительной динамике дел в филиале, в сводках второго – 65%, в сводках третьего филиала содержится информация только о положительной динамике. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых 50 сводок директор предприятия прочитает информацию о положительной динамике дел на предприятии не менее чем в 40 случаях.
- Завод отправил на базу 500 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,002.
Найти вероятность того, что в пути будет повреждено изделий:
а) ровно три; б) менее трех; в) хотя бы одно.
- В продукции фабрики 80% составляет продукция первого сорта. Для контроля берут случайную выборку из 625 единиц продукции. Найти вероятность того, что относительная частота появления в выборке продукции первого сорта отклонится от ее вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,04.

Ключи

1.	Обозначим событие A – магазин подаст заявку на продукцию. По условию $n = 10$; $p = P(A) = 0,4$; $q = 1 - p = 0,6$; $k = 5$. Необходимо найти $P_{10}(5)$. Так вероятность поступления заявки постоянна и число испытаний n невелико, то применим формулу Бернулли: $P_{10}(5) = C_{10}^5 \cdot 0,4^5 \cdot 0,6^{10-5} = \frac{10!}{5! \cdot 5!} \cdot 0,4^5 \cdot 0,6^5 = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{120} \cdot 0,01024 \cdot 0,07776 \approx 0,2007.$
2.	Обозначим событие A – конденсатор не выдержит испытательный срок. По условию $n = 100$; $p = P(A) = 0,1$; $q = 1 - p = 0,9$; $k = \frac{100 \cdot 11\%}{100\%} = 11$ (11% от 100 составляет 11 конденсаторов). Необходимо найти $P_{100}(11)$. Так как вероятность выхода из строя конденсатора постоянна и число испытаний n –

	велико, то применим локальную теорему Лапласа: $P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x), \text{ где } x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}.$ Вычислим значение x: $x = \frac{11 - 100 \cdot 0,1}{\sqrt{100 \cdot 0,1 \cdot 0,9}} = \frac{1}{3} \approx 0,33$. По таблице (Приложение 1) найдем значение функции Гаусса: $\varphi(0,33) = 0,3778$. Тогда $P_{100}(11) \approx \frac{1}{\sqrt{100 \cdot 0,1 \cdot 0,9}} \cdot \varphi(0,33) = \frac{1}{3} \cdot 0,3778 \approx 0,1259$.
3.	Обозначим событие A – наудачу взятая директором сводка содержит информацию о положительной динамике дел. Вероятность события A найдем по формуле полной вероятности. Обозначим гипотезы: B_i – наудачу взятая сводка поступила из i-го филиала, $i = 1, 2, 3$. По условию вероятности гипотез: $P(B_1) = \frac{25\%}{100\%} = 0,25; \quad P(B_2) = \frac{30\%}{100\%} = 0,3; \quad P(B_3) = \frac{45\%}{100\%} = 0,45.$ Условные вероятности: $P_{B_1}(A) = \frac{60\%}{100\%} = 0,6; \quad P_{B_2}(A) = \frac{65\%}{100\%} = 0,65; \quad P_{B_3}(A) = \frac{100\%}{100\%} = 1.$ Тогда по формуле полной вероятности: $P(A) = P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + P(B_3)P_{B_3}(A) = 0,25 \cdot 0,6 + 0,3 \cdot 0,65 + 0,45 \cdot 1 = 0,795.$ Вероятность того, что среди наудачу взятых 50 сводок информация о положительной динамике дел на предприятии будет не менее чем в 40, найдем по формуле Муавра-Лапласа. Имеем $n = 50$; $p = 0,795$; $q = 1 - p = 0,205$; $k_1 = 40$; $k_2 = 50$. По интегральной теореме Муавра-Лапласа $P_{50}(40; 50) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1).$ Вычислим значения x_1 и x_2: $x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{50 - 50 \cdot 0,795}{\sqrt{50 \cdot 0,795 \cdot 0,205}} \approx 3,59;$ $x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{40 - 50 \cdot 0,795}{\sqrt{50 \cdot 0,795 \cdot 0,205}} \approx 0,09.$ По таблице (Приложение 2) найдем значения функции Лапласа: $\Phi(3,59) = 0,49983$ и $\Phi(0,09) = 0,03586$. Тогда $P_{50}(40, 50) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1) = \Phi(3,59) - \Phi(0,09) = 0,49983 - 0,03586 = 0,46397$.
4.	Число $n = 500$ велико, вероятность $p = 0,002$, $\lambda = np = 500 \cdot 0,002 = 1 < 10,$ поэтому можно применить формулу Пуассона. а) Вероятность повреждения трех изделий

	$P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}; \quad P_{500}(3) \approx \frac{1^3}{3!} e^{-1} \approx \frac{0,3679}{6} \approx 0,0613.$ б) Вероятность повреждения менее трех изделий $P_{500}(0) + P_{500}(1) + P_{500}(2) = e^{-1} + e^{-1} + \frac{1}{2} e^{-1} = \frac{5}{2} \cdot 0,3679 = 0,9197.$ в) Вероятность повреждения хотя бы одного изделия находится через противоположное событие – "ни одно изделие не повреждено" $q = 1 - P_{500}(0) = 1 - 0,3679 = 0,632.$
5.	Обозначим событие A – единица продукции – первого сорта. По условию $n = 625$; $p = P(A) = 0,8$; $q = 1 - p = 0,2$; $\varepsilon = 0,04$. Необходимо найти $P\left(\left \frac{m}{625} - 0,8\right \leq 0,04\right).$ Применим формулу для определения вероятности отклонения частоты появления события от постоянной вероятности его появления: $P\left(\left \frac{m}{625} - 0,8\right \leq 0,04\right) \approx 2\Phi\left(0,04 \sqrt{\frac{625}{0,8 \cdot 0,2}}\right) = 2\Phi(2,5) = 2 \cdot 0,4938 = 0,9876.$

ОПК-3.2 Рассчитывает экономические показатели для характеристики деятельности хозяйствующих субъектов.

Первый этап (пороговой уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «знать»: математический инструментарий теории вероятностей для выражения количественных и качественных отношений между элементами хозяйствующих субъектов.

Тестовые задания закрытого типа

- Дискретной случайной величиной называется величина**
 - которая принимает конечное или счетное число значений;
 - значения которой непрерывно занимают некоторый промежуток;
 - которая принимает бесконечное множество значений;
 - значения которой только положительные;
 - значения которой ограничены сверху предельным значением.
- Непрерывной случайной величиной называется случайная величина,**
 - принимающая конечное или счетное число значений;
 - которая не имеет точек разрыва;
 - которая монотонно возрастает;
 - которая монотонно убывает;
 - возможные значения которой заполняют конечный или бесконечный промежуток.
- Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между:**
 - возможными значениями случайной величины и соответствующими вероятностями;
 - возможными значениями случайной величины и функцией распределения;
 - случайными величинами;
 - возможными значениями случайной величины и плотностью распределения;
 - числовыми характеристиками случайной величины.

4. К законам распределения непрерывной случайной величины НЕ относят:

- а) равномерный закон распределения;
- б) показательный закон распределения;
- в) нормальный закон распределения;
- г) биномиальный закон распределения.

5. Плотность распределения $f(x)$ и функция распределения $F(x)$ связаны соотношением:

- а) $F(x) = f'(x)$;
- б) $f(x) = F'(x)$;
- в) $f(x) = F(x + \Delta x) - F(x)$;
- г) $f(x) = \int_{-\infty}^x F(x) dx$;
- д) $f(x) = F(x + \Delta x)$.

Ключи

1.	а
2.	д
3.	а
4.	г
5.	б

6. Задание на соответствие.

Определите соответствие между формулой расчета вероятности того, что случайная величина X примет значение x_i и законом распределения случайной величины X :

Формула расчета	Закон распределения
1. $P(X = m) = \frac{C_M^m \cdot C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$	а) показательный закон распределения
2. $P(X = k) = q^{k-1} \cdot p$	б) гипергеометрический закон распределения
3. $P(X = k) = P_n(k) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$	в) геометрический закон распределения
4. $P(X = k) = P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$	г) биномиальный закон распределения

Результаты оформить в таблице:

1	2	3	4

Ключи

1	2	3	4
б	в	а	г

Второй этап (продвинутый уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «уметь»: формализовать экономические явления и

процессы со случайным исходом в виде вероятностных моделей.

Задания открытого типа (вопросы для опроса):

1. Что называется функцией распределения случайной величины?
2. В чем состоит геометрическая интерпретация функции распределения?
3. Что называют законом распределения случайной величины?
4. Как найти вероятность попадания дискретной случайной величины в заданный интервал?
5. Как задается непрерывная случайная величина?

Ключи

1.	Функцией распределения случайной величины X называется функция $F(x)$, равная вероятности того, что случайная величина X примет значение меньше x : $F(x) = P(X < x)$.
2.	Геометрическая интерпретация функции распределения $F(x)$: если значения случайной величины X и значения аргумента x изобразить точками числовой оси, то $F(x)$ есть вероятность того, что точки значений случайной величины X лежат левее точки x .
3.	Законом распределения случайной величины называют всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.
4.	Вероятность попадания дискретной случайной величины в интервал $(\alpha; \beta)$ определяется как приращение функции распределения на концах этого интервала по формуле: $P(\alpha < x < \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$.
5.	Непрерывная случайная величина задается законом распределения. Законом распределения непрерывной случайной величины является функция распределения вероятностей. Можно сказать, что непрерывная случайная величина задается двумя функциями: функцией распределения вероятности (интегральная функция распределения) и плотностью распределения вероятности (дифференциальная функция распределения), которые взаимосвязаны между собой.

Третий этап (высокий уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «владеть»: навыками постановки, формализации и решения задач экономики, требующих использования вероятностно-статистических моделей.

Расчетная работа

1. Математическое ожидание и дисперсия независимых случайных величин X и Y соответственно равны $M(X) = 1,4$; $D(X) = 1,44$; $M(Y) = 0,5$; $D(Y) = 0,45$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 2X + 3Y$.

2. Случайная величина X распределена равномерно на интервале (2; 6). Найти вероятность попадания случайной величины X в интервал (3; 5).

3. Дискретная случайная величина X задана законом распределения:

X	-3	-1	0	2	3
P	0,2	0,1	0,3	0,2	0,2

Вычислить математическое ожидание $M(X)$.

4. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией

распределения $F(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 4; \\ x - 4 & \text{при } 4 < x \leq 5; \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание $M(X)$.

5. Вероятность малому предприятию стать банкротом за определенное время t оценивается в 20%. Случайная величина X – число нормально функционирующих через время t малых предприятий среди выбранных 5. Для случайной величины X найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Ключи

1.	По свойству математического ожидания: $M(Z) = M(2X - 3Y) = M(2X) - M(3Y) = 2M(X) - 3M(Y) =$ $= 2 \cdot 1,4 - 3 \cdot 0,5 = 1,3.$ По свойству дисперсии: $M(Z) = D(2X - 3Y) = D(2X) + D(3Y) = 2^2 D(X) + 3^2 D(Y) =$ $= 4 \cdot 1,44 + 9 \cdot 0,45 = 9,81.$
2.	Функция распределения непрерывной случайной величины X, распределенной по равномерному закону имеет вид: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{при } a \leq x \leq b, \\ 1, & \text{при } x > b. \end{cases}$ Тогда функция распределения вероятностей для случайной величины X распределенной равномерно на интервале (2; 6) будет иметь вид: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < a, \\ \frac{x-2}{4}, & \text{при } a \leq x \leq b, \\ 1, & \text{при } x > b. \end{cases}$ Вероятность того, что непрерывная случайная величина примет значение из интервала $(\alpha; \beta)$ определяется по формуле: $P(\alpha < X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$. Тогда $P(3 < X < 5) = F(5) - F(3) = \frac{5-2}{4} - \frac{3-2}{4} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = 0,5$.
3.	Математическое ожидание дискретной случайной величины определяется по формуле: $M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n.$ Тогда $M(X) = -3 \cdot 0,2 + (-1) \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,3 =$ $= -0,6 - 0,1 + 0 + 0,4 + 0,9 = 0,6$.
4.	Математическое ожидание непрерывной случайной величины определяется по формуле $M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$. Найдем дифференциальную функцию распределения

	$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 4; \\ 1, & \text{при } 4 < x \leq 5; \\ 0, & \text{при } x > 5. \end{cases}$ Тогда $M(X) = \int_4^5 x \cdot 1 dx = \int_4^5 x dx = \frac{x^2}{2} \Big _4^5 = \frac{9}{2} - 0 = 4,5.$
5.	Так как вероятность малому предприятию стать банкротом за определенное время t постоянна и предприятия функционируют независимо, то случайная величина X распределена по биномиальному закону. Найдем математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X, распределенной по биномиальному закону: $M(X) = np = 5 \cdot 0,2 = 1;$ $D(X) = npq = 5 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,8;$ $\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{npq} = \sqrt{0,8} = 0,8944 .$

ОПК-3.3 Проводит мониторинг состояния хозяйствующих субъектов и оценку финансово-экономических результатов с целью принятия управленческих решений и достижения экономической безопасности.

Первый этап (пороговой уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «знать»: формулы и методы расчета, необходимые для решения типовых и прикладных задач.

Тестовые задания закрытого типа

1. Функция распределения и плотность распределения связаны между собой соотношением:

а) $F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx;$

б) $F(x) = \int_x^{\infty} f(x) dx;$

в) $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx;$

г) $F(x) = f'(x);$

д) $F(x) = f(x + \Delta x) - f(x).$

2. Математическое ожидание равномерного распределения вычисляется по формуле:

а) $M(X) = np;$

б) $M(X) = \frac{\alpha + \beta}{2}, \quad x \in [\alpha; \beta];$

в) $M(X) = \frac{\beta - \alpha}{2}, \quad x \in [\alpha; \beta];$

$$\text{г) } M(X) = \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}, \quad x \in [\alpha; \beta];$$

$$\text{д) } M(X) = \sqrt{np}.$$

3. Математическое ожидание биномиального распределения вычисляется по формуле:

$$\text{а) } M(X) = nq;$$

$$\text{б) } M(X) = np;$$

$$\text{в) } M(X) = np^2q;$$

$$\text{г) } M(X) = npq;$$

$$\text{д) } M(X) = \sqrt{npq}.$$

4. Дисперсия биномиального распределения определяется по формуле:

$$\text{а) } D(x) = nq;$$

$$\text{б) } D(x) = np;$$

$$\text{в) } D(x) = C_n^m p^m q^{n-m};$$

$$\text{г) } D(x) = \sqrt{np};$$

$$\text{д) } D(x) = npq.$$

5. Среднее квадратическое отклонение определяется по формуле:

$$\text{а) } \sigma(X) = \sqrt{D(X)};$$

$$\text{б) } \sigma(X) = \sqrt{M(X)};$$

$$\text{в) } \sigma(X) = D^2(X);$$

$$\text{г) } \sigma(X) = M^2(X).$$

Ключи

1.	а
2.	б
3.	б
4.	д
5.	а

6. Задание на соответствие.

Определите соответствие между числовой характеристикой случайной величины и формулой ее расчета:

Числовая характеристика	Формула расчета
1. Математическое ожидание непрерывной случайной величины	а) $D(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i \right)^2$
2. Математическое ожидание дискретной случайной величины	б) $M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$
3. Дисперсия дискретной случайной величины	в) $D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f^2(x) dx - \left(\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \right)^2$

4. Дисперсия непрерывной случайной величины	г) $M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$
---	---

Результаты оформить в таблице:

1	2	3	4

Ключи

1	2	3	4
г	б	а	в

Второй этап (продвинутый уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «уметь»: демонстрировать различные методы решения типовых и прикладных задач теории вероятности в профессиональной деятельности.

Задания открытого типа (вопросы для опроса):

1. Какой закон распределения называется равномерным?
2. Какая случайная величина называется непрерывной?
3. Какая случайная величина называется дискретной?
4. Какой закон распределения называется биномиальным?
5. Какой закон распределения называется геометрическим?

Ключи

1.	Непрерывная случайная величина X имеет равномерный закон распределения на отрезке $[a; b]$, если все ее значения лежат внутри этого отрезка с одинаковой плотностью, т.е. если ее плотность распределения $f(x)$ постоянна на этом отрезке и равна нулю вне его.
2.	Непрерывной случайной величиной называется случайная величина, возможные значения которой заполняют конечный или бесконечный промежуток.
3.	Случайная величина называется дискретной, если она может принимать конечное или счетное число значений
4.	Биномиальный закон распределения представляет собой закон распределения числа $X = k$ наступления события A в n независимых испытаниях, в каждом из которых оно может произойти с постоянной вероятностью $p = P(A)$. Дискретная случайная величина имеет биномиальный закон распределения , если она принимает значения $0, 1, 2, \dots, n$ с вероятностями: $P(X = k) = P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} p^k q^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n.$ Вероятности $P_n(k)$ находятся по формуле Бернулли.
5.	Геометрический закон распределения представляет собой закон распределения числа $X = k$ неудач до первого появления события A в испытаниях, в каждом из которых оно может произойти с постоянной вероятностью p и не произойти с вероятностью $q = 1 - p$. Дискретная случайная величина имеет геометрический закон распределения , если

	она принимает значения $0, 1, 2, 3, \dots, k, \dots$ с вероятностями: $P(X = k) = q^k \cdot p,$ где $p = P(A)$ – вероятность появления события A в каждом испытании, $q = 1 - p$ – вероятность не появления события A в каждом испытании.
--	---

Третий этап (высокий уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «владеть»: навыками выбора оптимальных методов решения простейших статистических задач.

1. Провели исследования о размере оплаты за мобильную связь за полгода у лиц, возраст которых не менее 45 лет. Исследования показали, что размер оплаты за полгода одного человека нормально распределены со средним значением 1850 рублей и средним квадратическим отклонением 350 рублей. Определить вероятность того, что случайно выбранный человек тратит на оплату мобильной связи более 2200 рублей за полгода.
- 2-3. На основании заданной функции распределения вероятности прибыли предпринимателя нужно определить:
 - а) математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение прибыли предпринимателя;
 - б) вероятность того, что прибыль предпринимателя будет иметь значение из интервала $(7,5, 8,5)$.
$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{81}, & \text{при } 0 < x \leq 9. \\ 1, & \text{при } x > 9 \end{cases}$$
- 4-5. Вероятность своевременной уплаты налогов для первого предприятия равна 0,9, для второго – 0,8. Составить закон распределения числа предприятий уплативших налоги. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Ключи

1.	Случайная величина X – размер оплаты за мобильную связь за полгода. СВ распределена по нормальному закону распределения. По условию задачи ее математическое ожидание $a = 1850$, а среднее квадратическое отклонение $\sigma = 350$. Нам необходимо найти вероятность того, что $X \in (2200; +\infty)$. Вероятность того, что нормально распределенная случайная величина X примет значения, принадлежащие интервалу (α, β), определяется по формуле: $P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right),$ где $\Phi(X)$ – функция Лапласа. Используя данную формулу, получаем: $P(2200 < X < +\infty) = \Phi(+\infty) - \Phi\left(\frac{2200 - 1850}{350}\right) = \Phi(+\infty) - \Phi(1) = 0,5 - \Phi(1)$ Используя таблицу значений функции Лапласа, находим $\Phi(1) = 0,3413$. Тогда: $P(X > 2200) = 0,5 - \Phi(1) = 0,5 - 0,3413 = 0,1587$.
----	--

2-
3.

а) В условии задачи дана интегральная функция распределения $F(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{81}, & \text{при } 0 < x \leq 9 \\ 1, & \text{при } x > 9 \end{cases}$$

Найдем дифференциальную функцию

распределения $f(x)$ как производную от интегральной функции распределения $F(x)$, то есть $f(x) = F'(x)$.

Искомая дифференциальная функция принимает следующий вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{2x}{81}, & \text{при } 0 < x \leq 9 \\ 0, & \text{при } x > 9 \end{cases}$$

Находим математическое ожидание по формуле $M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$.

Так как функция $f(x)$ при $x \leq 0$ и при $x > 9$ равна нулю, то ограничимся рассмотрением интервала, на котором $f(x) \neq 0$. Тогда из последней формулы получаем:

$$M(X) = \int_0^9 x \cdot f(x) dx = \int_0^9 x \cdot \frac{2x}{81} dx = \frac{2}{81} \int_0^9 x^2 dx = \frac{2x^3}{243} \Big|_0^9 = 6.$$

Находим дисперсию по формуле

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - M(X)]^2 \cdot f(x) dx.$$

Тогда, ограничившись рассмотрением интервала, на котором $f(x) \neq 0$, получаем:

$$\begin{aligned} D(X) &= \int_0^9 [x - M(X)]^2 \cdot f(x) dx = \int_0^9 (x - 6)^2 \cdot \frac{2x}{81} dx = \frac{2}{81} \int_0^9 (x^3 - 12x^2 + 36x) dx = \\ &= \frac{2}{81} \cdot \left[\frac{x^4}{4} - 4x^3 + 18x^2 \right] \Big|_0^9 = \frac{2}{81} \cdot \left(\frac{6561}{4} - 2916 + 1458 \right) = \frac{2}{81} \cdot \frac{729}{4} = \frac{9}{2} = 4,5. \end{aligned}$$

Находим среднее квадратическое отклонение по формуле

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{4,5} = \sqrt{\frac{18}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

б) Вероятность того, что непрерывная случайная величина принимает значение из интервала (a, b) может быть вычислена двумя способами.

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx \quad \text{или} \quad P(a < X < b) = F(b) - F(a).$$

Воспользуемся первой формулой и получим:

	$P(7,5 < X < 8,5) = \int_{7,5}^{8,5} \frac{2x}{81} dx = \frac{x^2}{81} \Big _{7,5}^{8,5} = \frac{72,25 - 56,25}{81} = \frac{16}{81}.$								
4-5.	Обозначим события: A – 1-е предприятие уплатило налоги, $P(A) = 0,9$; $\bar{A}$ – 1-е предприятие НЕ уплатило налоги, $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,1$; B – 2-е предприятие уплатило налоги, $P(B) = 0,8$; $\bar{B}$ – 2-е предприятие НЕ уплатило налоги, $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,2$. Случайная величина X – число предприятий, которые уплатили налоги. Уплатить налоги могут оба предприятий ($A \cdot B$); 1-е предприятие уплатит, а 2-е нет ($A \cdot \bar{B}$) или 2-е предприятие уплатит, а 1-е нет ($\bar{A} \cdot B$); оба предприятия не уплатят налоги ($\bar{A} \cdot \bar{B}$). Таким образом: $P(X = 0) = P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02$; $P(X = 1) = P(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,9 \cdot 0,2 + 0,1 \cdot 0,8 = 0,26$; $P(X = 2) = P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$. Закон распределения дискретной случайной величины X запишем в виде таблицы, где x_i – значения случайной величины, p_i – вероятность данного значения. <table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>p_i</td><td>0,02</td><td>0,26</td><td>0,72</td></tr></table> Проверим условие $\sum_{i=1}^n p_i = 1$, получаем: $0,02 + 0,26 + 0,72 = 1$ – верно. Математическое ожидание $M(X)$ дискретной случайной величины X вычисляется по формуле: $M(X) = \sum_{i=1}^n (x_i \cdot p_i) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$ Подставив значения x_i и p_i, получим: $M(X) = 0 \cdot 0,02 + 1 \cdot 0,26 + 2 \cdot 0,72 = 0,26 + 1,44 = 1,7$ Дисперсия $D(X)$ дискретной случайной величины X вычисляется по формуле: $D(X) = M(X^2) - M^2(X),$ где $M(X^2) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 \cdot p_i) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 + \dots + x_n^2 \cdot p_n$ – математическое ожидание квадрата случайной величины. Подставив значения x_i и p_i, получим: $M(X^2) = 0^2 \cdot 0,02 + 1^2 \cdot 0,26 + 2^2 \cdot 0,72 = 0,26 + 2,88 = 3,14$ $D(X) = 3,14 - 1,7^2 = 3,14 - 2,89 = 0,25$ Находим среднее квадратическое отклонение по формуле $\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0,25} = 0,5$	x_i	0	1	2	p_i	0,02	0,26	0,72
x_i	0	1	2						
p_i	0,02	0,26	0,72						

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета..

Задания к зачету

1. Для производственной практики на 30 студентов предоставлено 15 мест в Северодонецке, 8 – в Лисичанске, 7 – в Рубежном. Какова вероятность того, что два определенных студента попадут на практику в один город ?

2. В связке 6 ключей, из которых только один подходит к данному замку. Какова вероятность того, что для открывания замка придется испробовать ровно половину этих ключей?

3. В группе из 20 человек 12 парней и 8 девушек. Из парней к семинару подготовились 5 человек, а из девушек 6. Кого-то вызвали отвечать, а ответа не последовало. Какова вероятность того, что была вызвана девушка?

4. В среднем на каждые 100 выращенных арбузов приходится 1 весом более 10 кг. Найти вероятность того, что среди 400 арбузов будет 3 арбуза весом более 10 кг.

5. Покупатель посещает магазины для приобретения нужного товара. Вероятность того, что товар имеется в определенном магазине, составляет 0,4. Составить закон распределения случайной величины X – числа магазинов, которые посетит покупатель из четырех возможных.

6. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2, \\ x - 2 & \text{при } 2 \leq x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей $f(x)$, математическое ожидание $M(x)$.

7. Случайные значения веса зерна распределены нормально. Математическое ожидание веса зерна равно 0,2г, среднее квадратическое отклонение равно 0,05. Нормальные всходы дают зерна, вес которых более 0,17г. Определить процент семян, от которых ожидаются нормальные всходы.

Вопросы на зачет

(II семестр)

Вопросы к зачету

1. Случайные события и их виды.
2. Классическое и статистическое определение вероятности.
3. Геометрическое определение вероятности.
4. Теоремы сложения вероятностей для совместных и несовместных событий.
5. Теорема умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного из событий независимых в совокупности.

6. Полная вероятность. Формулы Байеса.
7. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления события.
8. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
9. Формула Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
10. Дискретная случайная величина. Закон распределения дискретной случайной величины.
11. Числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Их свойства.
12. Биномиальный закон распределения дискретной случайной величины
13. Закон распределения Пуассона.
14. Геометрический закон распределения.
15. Гипергеометрический закон распределения.
16. Непрерывная случайная величина. Функция распределения вероятности, плотность распределения вероятности непрерывной случайной величины.
17. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
18. Равномерный закон распределения непрерывной случайной величины.
19. Показательный закон распределения непрерывной случайной величины.
20. Нормальный закон распределения. Правило трех сигм. Функция надежности.
21. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Центральная граничная теорема теории вероятностей.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Текущий контроль

Опрос как средство текущего контроля проводится в форме устных ответов на вопросы. Студент отвечает на поставленный вопрос сразу, время на подготовку к ответу не предоставляется.

Практические задания как средство текущего контроля проводятся в письменной форме. Студенту выдается задание и предоставляется 10 минут для подготовки к ответу.

Промежуточная аттестация

Зачет проводится путем подведения итогов по результатам текущего контроля и результатам выполнения индивидуального домашнего задания. Если студент не справился с частью заданий текущего контроля, ему предоставляется возможность сдать зачет на итоговом контрольном мероприятии в письменной форме. Форму зачета (письменная работа или опрос) выбирает преподаватель.

Если зачет проводится в форме ответов на вопросы, студенту предлагается один или несколько вопросов из перечня вопросов к зачету. Время на подготовку к ответу не предоставляется.

На написание зачетной работы студенту предоставляется 30 минут.